# Inverz szórási feladatok

## vizsgatematika 2012. tavasz

### Bevezető rész

1. Példák inverz feladatokra. Tridiagonális mátrix főátlójának meghatározása sajátértékekből, ha a főátló melletti átlókban -1 áll. A probléma folytonos változata. Inverz gravimetria. Inverz konduktivitás, Dirichlet-Neumann leképezés, EIT. Elektromágneses szórás.
2. Akusztikus szórás objektumon, Helmholtz egyenlet, Sommerfeld sugárzási feltétel, fizikai jelentése. A sugárzási megoldás aszimptotikus viselkedése, szórásamplitúdó. Akusztikus szórás inhomogén közegben. Kétrészecskés potenciálszórás fizikai és matematikai leírása. Hatáskeresztmetszet. Kapcsolat az inverz konduktivitási feladattal.
3. Sylvester-Uhlmann alaptétel és bizonyítása. A Dirichlet-Neumann leképezés sima függvényekre. A szórási megoldások szorzataiból álló függvényrendszer teljessége.

### Akusztikus szórás

1. Akusztikus szórásnál a Helmholtz egyenlet levezetése a hullámegyenletből. Homogén n-edrendű harmonikus polinomok, n-edrendű gömbi harmonikusok. Gömbi Bessel-függvények: differenciálegyenlet, a megoldások sorfejtése, rekurzió, viselkedés a végtelenben.
2. Alapmegoldás. A sugárzási feltételnek eleget tevő megoldás integrálelőállítása. A szórásamplitúdó integrálelőállítása. Reciprocitási elv. Addíciós tétel az alapmegoldásra.
3. Rellich lemma a gömbfelületeken négyzetintegrálban lecsengő megoldásokról. A szórásamplitúdó meghatározza a sugárzási feltételnek eleget tevő megoldást. A megoldás instabilitása. A megoldás és a szórásamplitúdó sorfejtése gömbfüggvényekkel, az együtthatók lecsengése.
4. Az objektum alakjának azonosítása a hanghullámok szórásamplitúdójából: rögzített hullámszám mellett végtelen sok beesési irány, véges sok, akár egyetlen beesési irány; rögzített beesési irány mellett véges sok hullámszám.

### Potenciálszórás

1. Integrálelőállítás a sugárzási feltételes megoldásra. Lippmann-Schwinger egyenlet. A szórásamplitúdó integrálelőállítása.
2. A Laplace operátor önadjungált a H^2 Szoboljev-téren. Kato-Rellich tétel. A Schrödinger operátor önadjungáltsága H^2-n. Lényegében önadjungált operátor; egy elégséges feltétel önadjungáltságra.
3. A potenciálszórás időfüggő felépítése (tetszőleges önadjungált operátor-párra). Hullámoperátorok: a képtér és magtér invarianciája, dualitás, tranzitivitás, felcserélési reláció.
4. Szórási operátor, az unitér tulajdonság feltétele. Sajátvektor és a hullámoperátor képtere. Lecsengő potenciál esetén a hullámoperátor képterének, magterének megadása. Általánosított Fourier transzformált, diagonalizálja a Schrödinger operátort.
5. A szórási operátor a Fourier-transzformált térben: integrálelőállítás, szórási mátrix, kapcsolat a szórásamplitúdóval. Gömbszimmetrikus potenciál esetén a szórási mátrix sajátalterei, sajátértékei, a szórásamplitúdó alakja, sorfejtése a Legendre polinomok szerint.